حمیدرضا امیری

آموزش ترجمهٔ متون ریاضی

لغات و اصلاحات جدید

1. Prime number	عدد اول
2. Counting number	عدد شمارشی
3. Odd	فرد
4. Negative	منفی
5. Continuos functions	تابع‌های پیوسته
6. Interval	بازه
7. Differentiable functions	تابع‌های مشتق‌پذیر
8. Consider	در نظر گرفتن
9. Claim	ادعا

EXAMPLE 1. Let A={all odd counting numbers larger than 2} and B={all prime numbers larger than 2}. Are these two sets equal?

Proof. The answer is: no.

We have already seen that all prime numbers larger than 2 are odd. Therefore $B\subseteq A$.

Are all odd numbers larger than 2 prime numbers? The answer is negative, because the number 9 is odd, but it is not prime. Therefore, $A\not\subseteq B$. Thus, the two sets are not equal. ■

EXAMPLE 2. Let C ={all continuous functions on the interval [-1,1]} and D={all differentiable functions on the interval [-1,1]}. Are these two sets equal?

Proof. The answer is: no.

All differentiable functions are continuous (a Calculus book might be helpful for checking this claim), but not all continuous functions are differentiable.

Consider the function $f(x)=|x|$. This is continuous, but it is not differentiable at $x=0$. ■

مثال ۱. فرض کنیم:

A={همهٔ اعداد شمارشی فرد بزرگ‌تر از ۲}

و

B={همهٔ اعداد اول بزرگ‌تر از ۲}

آیا این دو مجموعه مساوی‌اند؟

برهان: پاسخ خیر است. ما قبلاً دیده‌ایم که همهٔ اعداد اول بزرگ‌تر از ۲ فرد هستند. بنابراین: B⊆A. آیا همهٔ اعداد فرد بزرگ‌تر از ۲، اول هستند؟ پاسخ منفی است، زیرا عدد ۹ فرد است ولی اول نیست. بنابراین: A⊈B. پس دو مجموعه برابر نیستند. ■

مثال ۲. فرض کنیم:

C={همهٔ توابع پیوسته روی بازهٔ [۱،۱-]}

و

D={همهٔ توابع مشتق‌پذیر روی بازهٔ [۱،۱-]}

آیا این دو مجموعه مساوی‌اند؟

برهان: پاسخ خیر است. تمام تابع‌های مشتق‌پذیر، پیوسته هستند (کتاب حسابان ممکن است برای بررسی این ادعا مفید باشد)، اما همهٔ توابع پیوسته مشتق‌پذیر نیستند. تابع f(x)=|x| را در نظر بگیرید. این (تابع) پیوسته است، ولی در نقطهٔ x=۰ مشتق‌پذیر نیست. ■

شما ترجمه کنید

EXAMPLE 1. Let $A\subset U$ and $B\subset U$. Then
$(A\cap B)'=A'\cup B'$.

(This is known as one of De Morgan's laws. The proof of the other law, namely $(A\cup B)'=A'\cap B'$, is left as an exercise. August De Morgan [1806-1871] was one of the first mathematicians to use letters and symbols in abstract mathematics).

Proof

Part 1. $(A\cap B)'\subseteq A'\cup B'$

Let $x\in(A\cap B)'$. This implies that $x\notin(A\cap B)$. Therefore, either $x\notin A$ or $x\notin B$. Indeed, if x was an element of both A and B, Then it would be an element of their intersection. But we cannot exclude that x belongs to one of the two sets. Therefore, either $x\in A'$ or $x\in B'$. This implies that $x\in A'\cup B'$.

Part 2. $A'\cup B'\subseteq(A\cap B)'$

Let $x\in A'\cup B'$. Then either $x\in A'$ or $x\in B'$. Then either $x\notin A$ or $x\notin B$. This implies that x is not a common element of A and B; that is, $x\notin(A\cap B)$. Thus, we can conclude that $x\in(A\cap B)'$.

As both inclusions are true, the two sets are equal. ■